POTENCIAÇÃO

E

RADICIAÇÃO

POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO

O módulo II é composto por exercícios envolvendo potenciação e radiciação.
Estamos dividindo-o em duas partes para melhor compreensão.

1ª PARTE: POTENCIAÇÃO

1. DEFINIÇÃO DE POTENCIAÇÃO

A potenciação indica multiplicações de fatores iguais. Por exemplo, o produto $3.3.3.3$ pode ser indicado na forma 3^4. Assim, o símbolo a^n, sendo *a* um número inteiro e *n* um número natural maior que 1, significa o produto de *n* fatores iguais a *a*:

$$a^n = \underbrace{a.a.a. \;\; ... \;\; .a}_{n \text{ fatores}}$$

- *a* é a **base**;
- *n* é o **expoente**;
- o resultado é a **potência**.

Por definição temos que: $a^0 = 1 \;\; e \;\; a^1 = a$

Exemplos:

a) $3^3 \;=\; 3 \cdot 3 \cdot 3 \;=\; 27$

b) $(-2)^2 \;=\; -2 \cdot -2 \;=\; 4$

c) $(-2)^3 \;=\; -2 \cdot -2 \cdot -2 \;=\; -8$

d) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \;=\; \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \;=\; \frac{9}{16}$

CUIDADO !!

Cuidado com os sinais.

- ***Número negativo elevado a expoente par fica <u>positivo</u>. Exemplos:***

$$(-2)^4 = -2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2 = 16$$
$$(-3)^2 = -3 \cdot -3 = 9$$

- ***Número negativo elevado a expoente ímpar permanece negativo. Exemplo:***

Ex. 1: $(-2)^3 = \underbrace{-2 \cdot -2}_{} \cdot -2$

$$4 \cdot -2 = \boxed{-8}$$

- ***Se*** $x = 2$***, qual será o valor de "***$-x^2$***"?***

Observe: $\boxed{-(2)^2 = -4}$***, pois o sinal negativo não está elevado ao quadrado.***

$-x^2 = -(2)^2 = -4$ **→ os parênteses devem ser usados, porque o sinal negativo "-" não deve ser elevado ao quadrado, somente o número 2 que é o valor de x.**

2. PROPRIEDADES DA POTENCIAÇÃO

Quadro Resumo das Propriedades

$a^m.a^n = a^{m+n}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$(a.b)^n = a^n.b^n$
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}; com \quad b \neq 0$
$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$	
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	

A seguir apresentamos alguns exemplos para ilustrar o uso das propriedades:

a) $\boxed{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$ Nesta propriedade vemos que quando tivermos multiplicação de potencias de bases iguais temos que conservar a base e somar os expoentes.

Ex. 1.: $2^x \cdot 2^2 = 2^{x+2}$

Ex. 2.: $a^4 \cdot a^7 = a^{4+7} = a^{11}$

Ex. 3.: $4^2 \cdot 3^4 \rightarrow$ neste caso devemos primeiramente resolver as potências para depois multiplicar os resultados, pois as bases 4 e 3 são diferentes.

$$4^2 \cdot 3^4 = 16 \cdot 81 = 1296$$

Obs.: Devemos lembrar que esta propriedade é válida nos dois sentidos.

Assim: $\boxed{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$ ou $\boxed{a^{m+n} = a^m \cdot a^n}$ Exemplo: $a^{7+n} = a^7 \cdot a^n$

b) $\boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$ Nesta propriedade vemos que quando tivermos divisão de potencias de bases iguais temos que conservar a base e subtrair os expoentes.

Ex. 1: $\frac{3^4}{3^x} = 3^{4-x}$

Ex. 2: $\frac{a^4}{a^5} = a^{4-5} = a^{-1}$

Obs.:Esta propriedade também é válida nos dois sentidos, ou seja

$\boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$ ou $\boxed{a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}}$ Exemplo: $a^{4-x} = \frac{a^4}{a^x}$

c) $\boxed{(a^m)^n = a^{m \cdot n}}$ Nesta propriedade temos uma potencia elevada a um outro expoente, para resolver temos que conservar a base e multiplicar os expoentes .

d)

Ex. 1: $(4^3)^2 = 4^{3 \cdot 2} = 4^6$

Ex. 2: $\left(b^{x}\right)^{4} = b^{x\cdot 4} = b^{4\cdot x}$

Obs.:Esta propriedade também é válida nos dois sentidos, ou seja

$\boxed{\left(a^{m}\right)^{n} = a^{m\cdot n}}$ ou $\boxed{a^{m\cdot n} = \left(a^{m}\right)^{n}}$ Ex.: $3^{4x} = \left(3^{4}\right)^{x}$ *ou* $\left(3^{x}\right)^{4}$

d) $\boxed{\sqrt[m]{a^{n}} = a^{n/m}}$ Esta propriedade nos mostra que todo radical pode se transformado numa potencia de expoente fracionário, onde o índice da raiz é o denominador do expoente.

Ex. 1: $\sqrt{x} = \sqrt[2]{x^{1}} = x^{1/2}$

Ex. 2: $\sqrt[3]{x^{7}} = x^{7/3}$

Ex. 3: $25^{1/2} = \sqrt{25} = 5$

Ex. 4: $x^{8/3} = \sqrt[3]{x^{8}}$

Obs.:Esta propriedade também é válida nos dois sentidos, ou seja

$\boxed{\sqrt[m]{a^{n}} = a^{n/m}}$ ou $\boxed{a^{n/m} = \sqrt[m]{a^{n}}}$ Ex.: $a^{5/2} = \sqrt{a^{5}}$

e) $\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{n} = \frac{a^{n}}{b^{n}},\ com\ \ b \neq 0}$

Ex. 1: $\left(\frac{2}{3}\right)^{2} = \frac{2^{2}}{3^{2}} = \frac{4}{9}$

Ex. 2: $\left(\frac{1}{5}\right)^{2} = \frac{1^{2}}{5^{2}} = \frac{1}{25}$

Obs.:Esta propriedade também é válida nos dois sentidos, ou seja

$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{n} = \frac{a^{n}}{b^{n}}}$ ***ou*** $\boxed{\frac{a^{n}}{b^{n}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{n}}$ Ex.: $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{2^{1/2}}{3^{1/2}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

f) $\boxed{(a\cdot b)^{n} = a^{n}\cdot b^{n}}$

Ex. 1: $(x\cdot a)^{2} = x^{2}\cdot a^{2}$

Ex. 2: $(4x)^{3} = 4^{3}\cdot x^{3} = 64x^{3}$

Ex. 3: $\left(3\sqrt{x}\right)^{4} = 3^{4}\cdot\left(\sqrt{x}\right)^{4} = 3^{4}\cdot\left(x^{1/2}\right)^{4} = 3^{4}\cdot x^{4/2} = 3^{4}\cdot x^{2} = 81x^{2}$

Obs.:Esta propriedade também é válida nos dois sentidos, ou seja

$\boxed{(a\cdot b)^{n} = a^{n}\cdot b^{n}}$ ***ou*** $\boxed{a^{n}\cdot b^{n} = (a\cdot b)^{n}}$ Ex.: $\sqrt{x}\cdot\sqrt{y} = x^{1/2}\cdot y^{1/2} = (x\cdot y)^{1/2} = \sqrt{x\cdot y}$

g) $\boxed{a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}}$

Ex. 1: $a^{-3} = \left(\dfrac{1}{a}\right)^3 = \dfrac{1^3}{a^3} = \dfrac{1}{a^3}$

Ex. 2: $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\dfrac{3}{2}\right)^2 = \dfrac{3^2}{2^2} = \dfrac{9}{4}$

Ex. 3: $(-4)^{-1} = \left(-\dfrac{1}{4}\right)^1 = -\dfrac{1}{4}$

O sinal negativo no expoente indica que a base da potência deve ser invertida e simultaneamente devemos eliminar o sinal negativo do expoente.

Obs.:Esta propriedade também é válida nos dois sentidos, ou seja $\boxed{a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}}$ ou $\boxed{\dfrac{1}{a^n} = a^{-n}}$

Ex.: a) $\dfrac{1}{x^2} = x^{-2}$

b) $\dfrac{2}{3x^3} = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{1}{x^3} = \dfrac{2}{3} \cdot x^{-3}$

CUIDADO !!!

- $(-2)^{-3} = \left(-\dfrac{1}{2}\right)^3 = \dfrac{(-1)^3}{(2)^3} = \dfrac{-1}{8}$

Primeiro eliminamos o sinal negativo do expoente invertendo a base.

- $(3)^{-3} = \left(\dfrac{1}{3}\right)^3 = \dfrac{1^3}{3^3} = \dfrac{1}{27}$

- $\left(\dfrac{1}{a}\right)^{-3} = \left(\dfrac{a}{1}\right)^3 = \dfrac{a^3}{1^3} = a^3$

Obs.: É importante colocar que nos três exemplos acima o sinal negativo do expoente não interferiu no sinal do resultado final, pois esta não é a sua função.

EXERCÍCIOS

1) Calcule as potências:

a) 6^2
b) $(-6)^2$
c) -6^2
d) $(-2)^3$
e) -2^3
f) 5^0
g) $(-8)^0$
h) $\left(\dfrac{3}{2}\right)^4$
i) $\left(-\dfrac{3}{2}\right)^4$
j) $\left(-\dfrac{3}{2}\right)^3$
k) 0^{28}
l) 1^{32}
m) $(-1)^{20}$
n) $(-1)^{17}$
o) $\left(-\dfrac{3}{5}\right)^2$

2. O valor de $[4^7.4^{10}.4]^2 : (4^5)^7$ é:
a) 16
b) 8
c) 6
d) 4
e) 2

3. Qual é a forma mais simples de escrever:
a) $(a . b)^3 . b . (b . c)^2$
b) $\dfrac{x^3.y^2.y^5.x.x^4}{y^7}$

4. Sendo $a = 2^7.3^8.7$ e $b = 2^5.3^6$, o quociente de a por b é:
a) 252
b) 36
c) 126
d) 48
e) 42

5. Calcule o valor da expressão:
$$A = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \left(-\frac{1}{4}\right)^{-2}$$

6. Simplificando a expressão $\dfrac{3.\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}}{3.\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{3}{2}}$, obtemos o número:

a) $-6/7$
b) $-7/6$
c) $6/7$
d) $7/6$
e) $-5/7$

7. Quando $a = -\dfrac{1}{3}$ e $b = -3$, qual o valor numérico da expressão $a^2 - ab + b^2$?

8. Escreva a forma decimal de representar as seguintes potências:

a) $2^{-3} =$
b) $10^{-2} =$
c) $4^{-1} =$

Exemplos mais complexos:

$$(1)\quad \frac{(4xy^3)^{-1}}{x^2} = \frac{\left(\dfrac{1}{4xy^3}\right)^1}{x^2} = \frac{\dfrac{1}{4xy^3}}{\dfrac{x^2}{1}} = \frac{1}{4xy^3} \cdot \frac{1}{x^2} = \frac{1}{4x^3y^3}$$

(2) $$\left(x.y^3\right)^{-2} = \left(\frac{1}{xy^3}\right)^2 = \frac{1^2}{x^2.\left(y^3\right)^2} = \frac{1}{x^2.y^{3.2}} = \frac{1}{x^2.y^6}$$

(3) $$\left(\frac{1}{a^4.b^3}\right)^{-3} = \left(\frac{a^4.b^3}{1}\right)^3 = \frac{\left(a^4\right)^3.\left(b^3\right)^3}{1^3} = \frac{a^{4.3}.b^{3.3}}{1} = a^{12}.b^9$$

(4) $$\left(-a^4.y^3\right)^{-2} = \left(-\frac{1}{a^4.y^3}\right)^2 = \begin{cases} \dfrac{(-1)^2}{\left(a^4\right)^2.\left(y^3\right)^2} = \dfrac{1}{a^{4.2}.y^{3.2}} = \dfrac{1}{a^8.y^6} \\ ou \\ \xrightarrow{\text{nº negativo elevado a expoente par, fica positivo.}} \left(\dfrac{1}{a^4y^3}\right)^2 = \dfrac{1^2}{a^{4\cdot 2}y^{3\cdot 2}} = \dfrac{1}{a^8y^6} \end{cases}$$

(5) $$\left(8.y^2.a\right)^{-2} = \left(\frac{1}{8.y^2.a}\right)^2 = \frac{1^2}{\left(8.y^2.a\right)^2} = \frac{1^2}{8^2.\left(y^2\right)^2.a^2} = \frac{1}{64.y^4.a^2}$$

Nos exemplos (6) e (7) a seguir, devemos primeiro resolver a operação que aparece dentro dos parênteses.

(6) $$\left(2+\frac{1}{4}\right)^{-3}$$

$$\left(2+\frac{1}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{8+1}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{9}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{9}\right)^3 = \frac{4^3}{9^3} = \frac{64}{729}$$

(7) $$\left(c+\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{2c+1}{2}\right)^2 = \frac{(2c+1)^2}{2^2} = \frac{(2c+1)\cdot(2c+1)}{4} = \frac{4c^2+2c+2c+1}{4} = \frac{4c^2+4c+1}{4}$$

ou

$$\left(c+\frac{1}{2}\right)^2 = \left(c+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(c+\frac{1}{2}\right) = c^2+c\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot c+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} =$$

$$= c^2+\frac{c}{2}+\frac{c}{2}+\frac{1}{4} = c^2+\frac{2c}{2}+\frac{1}{4} = c^2+c+\frac{1}{4} = \frac{4c^2+4c+1}{4}$$

EXERCÍCIOS

9. Efetue:

a) $a^6.a^4 =$

b) $\dfrac{a^8}{a^3} =$

c) $\left(\dfrac{2ab^2}{c^3}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{a^2c}{b}\right)^3 =$

d) $\dfrac{\left(\dfrac{3x^2y}{a^3b^3}\right)^2}{\left(\dfrac{3xy^2}{2a^2b^2}\right)^3} =$

e) $(3x)^4 =$

f) $(x^3)^5 =$

g) $(2x^2)^3 =$

h) $(5a^2b^3)^3 =$

i) $\left(\dfrac{3a}{b^2}\right)^4 =$

j) $\left(\dfrac{2ab^3}{5x^4}\right)^{-2} =$

k) $\left(-\dfrac{1}{3a^2}\right)^{-4} =$

10. Sabendo que $a = \left(-2 + \dfrac{4}{5}\right)^{-2}$, determine o valor de a.

Atenção neste exemplo. Simplifique as expressões:

$\dfrac{2^n \cdot 4}{\sqrt[3]{8} \cdot 2^{3n+1}} =$ Como temos multiplicação e divisão de potências de bases diferentes, devemos reduzir todas a mesma base. Como a menor base é 2, tentaremos escrever todos os números que aparecem na base 2. Substituiremos 4 por 2^2 e $\sqrt[3]{8}$ *por* 2.

$\dfrac{2^n \cdot 2^2}{2 \cdot 2^{3n+1}} =$ Agora aplicaremos as propriedades de multiplicação e divisão de potências de mesma base.

$$\frac{2^{n+2}}{2^{1+3n+1}} = \frac{2^{n+2}}{2^{3n+2}} = 2^{n+2-(3n+2)} = 2^{n+2-3n-2} = \boxed{2^{-2n}} \text{ ou } \boxed{\frac{1}{2^{2n}}}$$

Exercícios

11. Simplifique as expressões:

a) $E = \dfrac{3^{n+2} \cdot 3^n}{3 \cdot 3^{n+1}}$

b) $E = \dfrac{4^n \cdot 2^{(n-1)}}{4^{(n+1)}}$

c) $G = \dfrac{25^{n+2} \cdot \sqrt{100}}{5^{n+1}}$

2ª PARTE: RADICIAÇÃO

1. DEFINIÇÃO DE RADICIAÇÃO

A radiciação é a operação inversa da potenciação. De modo geral podemos escrever:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a \quad (n \in \mathbb{N} \text{ e } n \geq 1)$$

Ex. 1: $\sqrt{4} = 2$ *pois* $2^2 = 4$

Ex. 2: $\sqrt[3]{8} = 2$ *pois* $2^3 = 8$

Na raiz $\sqrt[n]{a}$, temos:

- O número n é chamado **índice;**
- O número a é chamado **radicando.**

2. CÁLCULO DA RAIZ POR DECOMPOSIÇÃO

2.1 PROPRIEDADES DOS RADICAIS

a) $\boxed{\sqrt[n]{a^p} \Leftrightarrow a^{p/n}}$

Essa propriedade mostra que todo radical pode ser escrito na forma de uma potência.

Ex. 1: $\sqrt[3]{2} = 2^{1/3}$

Ex. 2: $\sqrt{4^3} = 4^{3/2}$

Ex. 3: $\sqrt[5]{6^2} = 6^{2/5}$

Obs.: é importante lembrar que esta propriedade também é muito usada no sentido contrário ou seja $a^{p/n} = \sqrt[n]{a^p}$ ***(o denominador "n" do expoente fracionário é o índice do radical).***

Exemplo : $2^{3/5} = \sqrt[5]{2^3}$.

b) $\boxed{\sqrt[n]{a^n} = a^{n/n} = a^1 = a}$ Ex.: $\sqrt[3]{2^3} = 2^{3/3} = 2^1 = 2$

c) $\boxed{\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}}$ Ex.: $\sqrt[3]{a^3 \cdot b^6} = \sqrt[3]{a^3} \cdot \sqrt[3]{b^6} = a^{3/3} \cdot b^{6/3} = a \cdot b^2$

d) $\boxed{\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}}$ Ex.: $\sqrt{\frac{a^6}{b^5}} = \frac{\sqrt{a^6}}{\sqrt{b^5}} = \frac{a^{6/2}}{b^{5/2}} = \frac{a^3}{b^{5/2}}$ *ou* $\frac{a^3}{\sqrt{b^5}}$

e) $\boxed{\left(\sqrt[n]{b}\right)^m = \left(b^{1/n}\right)^m = b^{\frac{1}{n}\cdot m} = b^{\frac{1}{n}\cdot\frac{m}{1}} = b^{\frac{m}{n}}}$

Ex.: $\left(\sqrt{5}\right)^3 = \left(5^{1/2}\right)^3 = 5^{\frac{1}{2}\cdot 3} = 5^{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{1}} = 5^{3/2}$

f) $\boxed{\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[m\cdot n]{a}}$ Ex.: $\sqrt[3]{\sqrt[2]{3}} = \sqrt[3\cdot 2]{3} = \sqrt[6]{3}$

EXERCÍCIOS

12. Dê o valor das expressões e apresente o resultado na forma fracionária:

a) $\sqrt{\dfrac{1}{100}} =$

b) $-\sqrt{\dfrac{1}{16}} =$

c) $\sqrt{\dfrac{4}{9}} =$

d) $-\sqrt{0{,}01} =$

e) $\sqrt{0{,}81} =$

f) $\sqrt{2{,}25} =$

13. Calcule a raiz indicada:

a) $\sqrt[9]{a^3}$

b) $\sqrt[3]{48}$

c) $\sqrt{t^7}$

d) $\sqrt[4]{t^{12}}$

14. Escreva na forma de potência com expoente fracionário:

a) $\sqrt{7} =$

b) $\sqrt[4]{2^3} =$

c) $\sqrt[5]{3^2} =$

d) $\sqrt[6]{a^5} =$

e) $\sqrt[3]{x^2} =$

f) $\dfrac{1}{\sqrt{3}} =$

15. Escreva na forma de radical:

a) $2^{\frac{1}{5}} =$

b) $4^{\frac{2}{3}} =$

c) $x^{\frac{1}{4}} =$

d) $8^{-\frac{1}{2}} =$

e) $a^{\frac{5}{7}} =$

f) $\left(a^3b\right)^{\frac{1}{4}} =$

g) $\left(m^2n\right)^{-\frac{1}{5}} =$

h) $m^{-\frac{3}{4}} =$

16. De que forma escrevemos o número racional *0,001*, usando expoente inteiro negativo?

a) 10^{-1} b) 10^{-2}

c) 10^{-3} d) 10^{-4}

e) 1^{-10}

2.2 RAÍZES NUMÉRICAS

Exemplos:

Devemos fatorar 144

a) $\sqrt{144} = \sqrt{2^4 \cdot 3^2} =$

$\sqrt{2^4} \cdot \sqrt{3^2} =$

$2^{4/2} \cdot 3^{2/2} =$

$2^2 \cdot 3^1 = 4 \cdot 3 = 12$

$$\begin{array}{r|l} 144 & 2 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & 2^4 \cdot 3^2 = 144 \end{array}$$

Forma fatorada
de 144

b) $\sqrt[3]{243} = \sqrt[3]{3^5} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 3^2} =$

$\sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{3^2} =$

$3^{3/3} \cdot 3^{2/3}$

$\boxed{3 \cdot 3^{2/3}}$

ou

$\boxed{3 \cdot \sqrt[3]{3^2}}$

ou

$\boxed{3 \cdot \sqrt[3]{9}}$

Resultados possíveis

$$\begin{array}{r|l} 243 & 3 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & 3^5 = 243 \end{array}$$

Forma fatorada
de 243

Obs.: Nem sempre chegaremos a eliminar o radical.

2.3 RAÍZES LITERAIS

a) $\sqrt{x^9} = x^{\frac{9}{2}}$

Escrever o radical $\sqrt{x^9}$ na forma de expoente fracionário $x^{\frac{9}{2}}$ não resolve o problema, pois nove não é divisível por 2. Assim decomporemos o número 9 da seguinte forma:

9 = 8 + 1, pois 8 é divisível por 2 que é o índice da raiz.

Assim teremos:

$$\sqrt{x^9} = \sqrt{x^{8+1}} = \sqrt{x^8 \cdot x^1} = \sqrt{x^8} \cdot \sqrt{x} = x^{8/2} \cdot \sqrt{x} = x^4 \cdot \sqrt{x}$$

b) $\sqrt[3]{x^{14}} = \sqrt[3]{x^{12+2}}$ pois 12 é divisível por 3 (índice da raiz).

$$\begin{aligned}
&= \sqrt[3]{x^{12}\cdot x^{2}}\\
&= \sqrt[3]{x^{12}}\cdot\sqrt[3]{x^{2}}\\
&= x^{12/3}\cdot\sqrt[3]{x^{2}}\\
&= x^{4}\cdot\sqrt[3]{x^{2}}
\end{aligned}$$

Outros Exemplos:

a)
$$\begin{aligned}
\sqrt[3]{27.x^{6}} &= \sqrt[3]{27}\cdot\sqrt[3]{x^{6}}\\
&= \sqrt[3]{3^{3}}\cdot x^{6/3} \quad \text{(pois 6 é divisível por 3)}\\
&= 3^{3/3}\cdot x^{2}\\
&= 3^{1}\cdot x^{2}\\
&= 3x^{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l}
27 & 3\\
9 & 3\\
3 & 3\\
1 & 3^{3} = 27
\end{array}$$

b)
$$\begin{aligned}
\sqrt[3]{48\cdot x^{4}\cdot y^{6}} &= \sqrt[3]{48}\cdot\sqrt[3]{x^{4}}\cdot\sqrt[3]{y^{6}}\\
&= \sqrt[3]{2^{3}.6}\cdot\underbrace{\sqrt[3]{x^{3+1}}}_{\text{pois 4 não é divisível por 3}}\cdot y^{6/3}\\
&= \sqrt[3]{2^{3}}\cdot\sqrt[3]{6}\cdot\sqrt[3]{x^{3}\cdot x}\cdot y^{2}\\
&= 2\cdot\sqrt[3]{6}\cdot\sqrt[3]{x^{3}}\cdot\sqrt[3]{x}\cdot y^{2}\\
&= 2\cdot\sqrt[3]{6}\cdot x\cdot\sqrt[3]{x}\cdot y^{2}\\
&= 2xy^{2}\cdot\sqrt[3]{6}\cdot\sqrt[3]{x}\\
&= 2xy^{2}\cdot\sqrt[3]{6x}
\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l}
48 & 2\\
24 & 2\\
12 & 2\\
6 & 2\\
3 & 3\\
1 &
\end{array}
\qquad 2^{3}.2.3 = 2^{3}.6 = 48$$

EXERCÍCIOS

17. Calcule:

a) $\sqrt[3]{125} =$

b) $\sqrt[5]{243} =$

c) $\sqrt{36} =$

d) $\sqrt[5]{1} =$

e) $\sqrt[6]{0} =$

f) $\sqrt[1]{7} =$

g) $\sqrt[3]{-125} =$

h) $\sqrt[5]{-32} =$

i) $\sqrt[7]{-1} =$

18. Fatore e escreva na forma de potência com expoente fracionário:

a) $\sqrt[3]{32} =$
b) $\sqrt[3]{25} =$
c) $\sqrt[4]{27} =$
d) $\sqrt[7]{81} =$
e) $\sqrt[8]{512} =$
f) $\sqrt[8]{625} =$

19. Calcule a raiz indicada:

a) $\sqrt{4a^2} =$
b) $\sqrt{36a^2b^6} =$
c) $\sqrt{\frac{4}{9}a^2b^4} =$
d) $\sqrt{\frac{x^2}{100}} =$
e) $\sqrt{\frac{16a^{10}}{25}} =$
f) $\sqrt[4]{100x^2} =$
g) $\sqrt[8]{121} =$
h) $\sqrt[5]{1024x^5y^{10}} =$
i) $\sqrt[4]{\frac{1}{25}} =$
j) $\sqrt[3]{\frac{a^6}{b^3}} =$
k) $\sqrt{\frac{16x^4}{y^2z^6}} =$

20. Simplifique os radicais:

a) $\sqrt[5]{a^{10}x} =$
b) $\sqrt{a^4b^2c} =$
c) $\sqrt{a^3b} =$
d) $\sqrt{25a^4x} =$
e) $\sqrt[3]{432} =$
f) $\frac{1}{3}\sqrt{45} =$

3. Operações com radicais

3.1. Adição e Subtração

Quando temos radicais semelhantes em uma adição algébrica, podemos reduzi-los a um único radical somando-se os fatores externos desses radicais.

Exemplos:

1) $\sqrt{3}+4\sqrt{3}-2\sqrt{3} = (1+4-2)\cdot\sqrt{3} = 1\sqrt{3} = \sqrt{3}$

2) $2\sqrt[5]{3}+3\sqrt[5]{3}-2\sqrt[5]{3} = \underbrace{(2+3-2)}_{\text{fatores externos}}\cdot\sqrt[5]{3} = 3\sqrt[5]{3}$

Obs.: ***Podemos dizer que estamos colocando em evidência os radicais que apareceram em todos os termos da soma.***

3) $4\sqrt{2}-2\sqrt{2}+3\sqrt{5}-6\sqrt{5} = (4-2)\sqrt{2}+(3-6)\sqrt{5} = \underbrace{2\sqrt{2}-3\sqrt{5}}_{\text{não pode ser mais reduzida}}$

4) $3\sqrt{2}+7-5\sqrt{2}-4 = (3-5)\cdot\sqrt{2}+(7-4) = -2\sqrt{2}+3$

EXERCÍCIOS

21. Simplifique $12\sqrt{10}-6\sqrt{10}-8\sqrt{10}$:

22. Determine as somas algébricas:

a) $\frac{7}{3}\sqrt[3]{2}-2\sqrt[3]{2}-\frac{5}{4}\sqrt[3]{2}=$

b) $\frac{\sqrt{5}}{6}+\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{\sqrt{5}}{5}-\frac{\sqrt{5}}{3}=$

c) $5\sqrt[3]{2}-8\sqrt[3]{3}+2-4\sqrt[3]{2}+8\sqrt[3]{3}=$

d) $8\sqrt[5]{7}+\sqrt[4]{6}-12\sqrt[5]{7}-10\sqrt[4]{6}=$

23. Simplifique as expressões e calcule as somas algébricas:

a) $5\sqrt{28}-3\sqrt{20}-2\sqrt{63}+2\sqrt{45}=$

b) $8\sqrt{2}-5\sqrt{8}+13\sqrt{18}-15\sqrt{50}-9\sqrt{72}=$

c) $6\sqrt{45}-12\sqrt{48}+6\sqrt{108}-10\sqrt{20}=$

d) $\frac{3}{2}\sqrt{90}-\frac{1}{4}\sqrt{250}-\frac{1}{4}\sqrt{10}=$

e) $\sqrt[4]{96}+\sqrt[4]{486}-2\sqrt[4]{6}+9\sqrt[4]{243}=$

f) $5\sqrt[3]{32}-\frac{2}{5}\sqrt[3]{256}+\sqrt[3]{16}-2\sqrt[3]{2}+\frac{8}{5}\sqrt[3]{4}=$

g) $\sqrt[5]{64}-\sqrt[5]{486}-\sqrt[5]{2}=$

h) $4\sqrt[3]{\frac{81}{64}}+81\sqrt[3]{\frac{375}{729}}-10\sqrt[3]{\frac{24}{125}}=$

24. Calcule as somas algébricas:

a) $-10\sqrt{x}+4\sqrt{x}+6\sqrt{x}-\sqrt{x}=$

b) $\sqrt{4a}-\sqrt{81b}-6\sqrt{9a}+8\sqrt{144b}=$

c) $\sqrt[3]{27}-\sqrt[3]{8a}-\sqrt[3]{1000a}=$

d) $-2a\sqrt[4]{a^5}-12a\sqrt[4]{a}+3\sqrt[4]{a^9}=$

e) $\sqrt{a^2x}-a\sqrt{4x}+3\sqrt{a^3}-4a\sqrt{a}=$

f) $\sqrt[4]{a}-5\sqrt{b}-3\sqrt[4]{a}-8\sqrt{b}=$

g) $\sqrt{\frac{x^2y}{4}}-x\sqrt{\frac{y}{9}}+\sqrt{\frac{x}{100}}-\sqrt{81x}=$

h) $\frac{\sqrt[4]{a^4c}}{2}-\frac{\sqrt[4]{b^4c^5}}{8}-a\sqrt[4]{\frac{c}{16}}=$

25. Considere $a=\sqrt{9m}, b=2\sqrt{100m}, c=-8\sqrt{36m}$ e determine:

a) $a+b+c=$ b) $a-(b+c)=$ c) $a-b+c=$ d) $(a+b)-c=$

26. Simplifique a expressão $-\sqrt[4]{a^2y^4}-\left(\frac{1}{2}y\sqrt[6]{a^3}-\sqrt[10]{a^5y^{10}}\right)$.

3.2 Multiplicação

Temos 4 casos básicos para a multiplicação de radicais, a seguir veremos cada um:

1º CASO: Radicais têm raízes exatas.
Neste caso basta extrair a raiz e multiplicar os resultados:

Exemplo: $\sqrt{16}\cdot\sqrt[3]{-8} = 4\cdot(-2) = -8$

2º CASO: Radicais têm o mesmo índice.
Devemos conservar o índice e multiplicar os radicandos, simplificando sempre que possível o resultado obtido.

Exemplos: a) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{5} = \sqrt{3\cdot5} = \sqrt{15}$

b) $\sqrt[3]{x\cdot y}\cdot\sqrt[3]{x^2}\cdot\sqrt[3]{y^4} = \sqrt[3]{x\cdot y\cdot x^2\cdot y^4} = \boxed{\sqrt[3]{x^3\cdot y^5}}$ pode parar aqui!

Se quisermos continuar, podemos separar os radicais diante de multiplicação e divisão:

$$\sqrt[3]{x^3 \cdot y^5} = \sqrt[3]{x^3} \cdot \sqrt[3]{y^5} = x \cdot \sqrt[3]{y^{3+2}} = x \cdot \sqrt[3]{y^3 \cdot y^2} = x \cdot \sqrt[3]{y^3} \cdot \sqrt[3]{y^2} = x \cdot y \cdot \sqrt[3]{y^2}$$

A ordem dos fatores não altera
o produto (multiplicação)

c) $2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{5} = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} = 6\sqrt{2 \cdot 5} = 6\sqrt{10}$

3° CASO: Radicais têm índices diferentes.

O caminho mais fácil é transformar os radicais em potências fracionárias. Logo em seguida, transformar os expoentes fracionários em frações equivalentes (com mesmo denominador).

Multiplicamos numerador e denominador da fração
por 2 e transformamos na fração equivalente $\frac{2}{4}$

Exemplos: a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{2} = 3^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{2}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{3^2} \cdot \sqrt[4]{2^1} = \sqrt[4]{3^2 \cdot 2} = \sqrt[4]{18}$

b) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{x} = a^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4}} \cdot x^{\frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3}} = a^{\frac{4}{12}} \cdot x^{\frac{3}{12}} = \sqrt[12]{a^4} \cdot \sqrt[12]{x^3} = \sqrt[12]{a^4 \cdot x^3}$

ATENÇÃO:

- $\mathbf{\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}}$***, ou seja, raiz de 2 mais raiz de dois é igual a duas raízes de dois.***

- $\mathbf{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2}$ ***por que?*** $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \left(\sqrt{2}\right)^2 = (2)$

ou ainda podemos lembrar que toda raiz pode ser escrita na forma de potência, então:

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2^{1/2} \cdot 2^{1/2} \xrightarrow{\text{regra de potenciação}} 2^{1/2 + 1/2} = 2^{\frac{1+1}{2}} = 2^{\frac{2}{2}} = 2^1 = 2$$

Conservamos a base e
somamos os expoentes.

3.3 Divisão

A divisão de radicais tem 3 casos básicos, a seguir veremos cada um deles:

1° CASO: Os radicais têm raízes exatas.

Nesse caso, extraímos as raízes e dividimos os resultados.

Exemplo: $\sqrt{81} : \sqrt[3]{27} = 9 : 3 = 3$

<u>2º CASO</u>: Radicais têm o mesmo índice.

Devemos conservar o índice e dividir os radicandos.

Como os índices das raízes são iguais, podemos substituir as duas raízes por uma só!

Exemplos:

$$\sqrt{x^3} : \sqrt{xy} = \frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{xy}} = \sqrt{\frac{x^3}{xy}} = \sqrt{\frac{x^2}{y}}$$

$$\sqrt[3]{20} : \sqrt[3]{10} = \frac{\sqrt[3]{20}}{\sqrt[3]{10}} = \sqrt[3]{\frac{20}{10}} = \sqrt[3]{2}$$

<u>3º CASO</u>: Radicais com índices diferentes.

O caminho mais fácil é transformar os radicais em potências fracionárias, efetuar as operações de potências de mesma base e voltar para a forma de radical .

Exemplo:

$$\sqrt{2} : \sqrt[3]{2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{3}}} = 2^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}} = 2^{\frac{3-2}{6}} = 2^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{2}$$

4. Racionalização de Denominadores

Racionalizar uma fração cujo denominador é um número irracional, significa achar uma fração equivalente à ela com denominador racional. Para isso, devemos multiplicar ambos os termos da fração por um número conveniente. Ainda podemos dizer que racionalizar uma fração significa reescrever a fração eliminando do denominador os radicais. Vejamos alguns exemplos:

1) Temos no denominador apenas raiz quadrada:

$$\frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{\left(\sqrt{3}\right)^2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

2) Temos no denominador raízes com índices maiores que 2:

(a) $\frac{2}{\sqrt[3]{x}}$ Temos que multiplicar numerador e denominador por $\sqrt[3]{x^2}$, pois 1 + 2 = 3.

$$\frac{2}{\sqrt[3]{x}} \cdot \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^1 \cdot x^2}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^{1+2}}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^3}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{x^2}}{x}$$

(b) $\dfrac{1}{\sqrt[5]{x^2}}$ Temos que multiplicar numerador e denominador por $\sqrt[5]{x^3}$, pois 2 + 3 = 5.

$$\frac{1}{\sqrt[5]{x^2}}\cdot\frac{\sqrt[5]{x^3}}{\sqrt[5]{x^3}} = \frac{\sqrt[5]{x^3}}{\sqrt[5]{x^2\cdot x^3}} = \frac{\sqrt[5]{x^3}}{\sqrt[5]{x^{2+3}}} = \frac{\sqrt[5]{x^3}}{\sqrt[5]{x^5}} = \frac{\sqrt[5]{x^3}}{x}$$

O sinal deve ser contrário, senão a raiz não será eliminada do denominador.

3) Temos no denominador soma ou subtração de radicais:

$$\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} = \frac{2}{\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)}\cdot\underbrace{\frac{\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}}_{} = \frac{2\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{7}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2} = \frac{2\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{7-3} = \frac{\cancel{2}\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{\cancel{4}} = \frac{\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{2}$$

$$\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right) = \left(\sqrt{7}\right)^2-\sqrt{7}\cdot\sqrt{3}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{7}-\left(\sqrt{3}\right)^2 = \left(\sqrt{7}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2$$

Exercícios

27. Calcule

a) $6\sqrt{7}+5\sqrt{7}-3\sqrt{7}=$

b) $5\sqrt{2}+3\sqrt{50}-2\sqrt{18}=$

c) $2\sqrt[3]{81}+\sqrt[3]{24}+5\sqrt[3]{3}=$

d) $4\sqrt{5}\cdot3\sqrt{2}=$

e) $3\sqrt[5]{2}\cdot\sqrt[5]{2}=$

f) $4\sqrt{3}\cdot2\sqrt{3}=$

g) $\dfrac{8\sqrt{10}}{2\sqrt{5}}=$

h) $\dfrac{5-\sqrt{5^2-4.1.4}}{2}=$

i) $\dfrac{6+\sqrt{6^2-4.1.5}}{2}=$

28. Simplifique os radicais e efetue:

a) $2\sqrt{2x^3}-x\sqrt{8x}+\sqrt{8x^3}=$

b) $4\sqrt[3]{343}-2\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{24}+\sqrt[3]{192}=$

c) $4y\sqrt{x}+3\sqrt{y^2x}+3x\sqrt{x}-5\sqrt{x^3}=$

29. Efetue:

a) $3a\sqrt{x}-2x\sqrt{x}-\sqrt{4a^2x}+\sqrt{9x^3}=$

b) $5\sqrt{a^5}+\sqrt{4a^3}-a\sqrt{4a^3}-\sqrt{a}=$

c) $2\sqrt{4x+8}-3\sqrt{25x+50}+4\sqrt{16x+32}=$

d) $-3b\sqrt{a}+7\sqrt{b^2a}-3a\sqrt{a}-\sqrt{a^3}=$

30. Escreva na forma mais simplificada:

a) $\sqrt{x}.\sqrt{x} =$
b) $3\sqrt{x}+\sqrt{x} =$
c) $\sqrt{a}-7\sqrt{a} =$
d) $\dfrac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}} =$
e) $\dfrac{x^3}{x^2} =$
f) $x^{-3}.x^{-4} =$
g) $\sqrt{x}.x^7 =$
h) $\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{a^4} =$
i) $\sqrt[4]{a}\cdot\sqrt{a} =$
j) $\left(\sqrt{a}\right)^3\cdot a^2 =$
k) $\sqrt{5^2\cdot b^4} =$

31. Efetue as multiplicações e divisões:

a) $\sqrt[3]{a^5}.\sqrt{ab}.\sqrt[4]{a^2b^2} =$
b) $\sqrt[3]{4a^2x}.\sqrt{4a^2x^2} =$
c) $\sqrt[10]{x^3}.\sqrt{x} =$
d) $\sqrt{xy}.\sqrt[3]{x^2y^2}.\sqrt{x^3y} =$
e) $\sqrt{a}\cdot\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[4]{a} =$
f) $\dfrac{\sqrt[3]{a^5}}{\sqrt{a^3}} =$

32. Efetue:

a) $\dfrac{\sqrt[4]{a^2}}{\sqrt[8]{a^3}} =$
b) $\dfrac{\sqrt[6]{a^3b^2}}{\sqrt[4]{a^5b}} =$
c) $\dfrac{\sqrt[4]{x^2y^3}}{\sqrt[3]{xy}} =$
d) $\dfrac{2\cdot\sqrt[6]{27}}{\sqrt[4]{9}} =$
e) $3\sqrt{b}\cdot 5\sqrt[3]{b}\cdot\dfrac{1}{3}\sqrt[4]{b} =$
f) $\dfrac{3.\sqrt[6]{125}}{5.\sqrt[4]{25}} =$

33. Quando $x=-\dfrac{2}{3}$, o valor numérico da expressão $3x^2-x-2$ é:

a) 0
b) 1
c) -1
d) $\dfrac{1}{3}$
e) $-\dfrac{2}{3}$

34. Se $x=3^6$ e $y=9^3$:

a) x é o dobro de y;
b) $x-y=1$
c) $x=y$
d) y é o triplo de x;
e) $x+y=1$

35. Racionalize as frações:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{x}}$
b) $\dfrac{2}{\sqrt{x}+\sqrt{4}}$
c) $\dfrac{3}{1-\sqrt{x}}$
d) $\dfrac{4}{\sqrt[3]{x}}$

RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS

1ª Questão:

a) 36	h) $81/16$	o) $9/25$
b) 36	i) $81/16$	
c) –36	j) $-27/8$	
d) –8	k) 0	
e) –8	l) 1	
f) 1	m) 1	
g) 1	n) -1	

2ª Questão:

d)

3ª Questão:

a) $a^3b^6c^2$	b) x^8

4ª Questão:

a)

5ª Questão:

$A=\frac{65}{4}$

6ª Questão:

a)

7ª Questão:

$\frac{73}{9}$

8ª Questão:

a) 0,125	b) 0,01	c) 0,25

9ª Questão:

a) a^{10}	d) $\frac{8x}{3y^4}$	g) $8x^6$	j) $\frac{25x^8}{4a^2b^6}$
b) a^5	e) $81x^4$	h) $125a^6b^9$	k) $81a^8$
c) $\frac{4a^8b}{c^3}$	f) x^{15}	i) $\frac{81a^4}{b^8}$	

10ª Questão:

$a=\frac{25}{36}$

11ª Questão:

a) $E = 3^n$	b) $F = 2^{n-3}$	c) $G = 5^{n+4} \cdot 2$

12ª Questão:

a) $1/10$ b) $-1/4$	c) $2/3$ d) $-1/10$	e) $9/10$ f) $15/10$

13ª Questão:

a) $\sqrt[3]{a}$	b) $2 \cdot \sqrt[3]{6}$	c) $t^3 \cdot \sqrt{t}$	d) t^3

14ª Questão:

a) $7^{\frac{1}{2}}$ b) $2^{\frac{3}{4}}$	c) $3^{\frac{2}{5}}$ d) $a^{\frac{5}{6}}$	e) $x^{\frac{2}{3}}$ f) $3^{-\frac{1}{2}}$

15ª Questão:

a) $\sqrt[5]{2}$ b) $\sqrt[3]{4^2}$	c) $\sqrt[4]{x}$ d) $1/\sqrt{8}$	e) $\sqrt[7]{a^5}$ f) $\sqrt[4]{a^3 b}$	g) $1/\sqrt[5]{m^2 n}$ h) $1/\sqrt[4]{m^3}$

16ª Questão:

c)

17ª Questão:

a) 5 b) 3	c) 6 d) 1	e) 0 f) 7	g) -5 h) –2 i) -1

18ª Questão:

a) $2^{\frac{5}{3}}$ b) $5^{\frac{2}{3}}$	c) $3^{\frac{3}{4}}$ d) $5^{\frac{3}{4}}$	e) $2^{\frac{3}{7}}$ f) $3^{\frac{4}{7}}$	g) $2^{\frac{9}{8}}$ h) $5^{\frac{1}{2}}$

19ª Questão:

a) $2a$ b) $6ab^3$ c) $\frac{2}{3} \cdot ab^2$	d) $\frac{x}{10}$ e) $\frac{4a^5}{5}$ f) $\sqrt{10x}$	g) $\sqrt[4]{11}$ h) $4xy^2$ i) $\sqrt{\frac{1}{5}}$	j) $\frac{a^2}{b}$ k) $\frac{4x^2}{yz^3}$

20ª Questão:

a) $a^2\sqrt[5]{x}$	c) $a\cdot\sqrt{ab}$	e) $6\cdot\sqrt[3]{2}$
b) $a^2b\sqrt{c}$	d) $5a^2\sqrt{x}$	f) $\sqrt{5}$

21ª Questão:

$-2\sqrt{10}$

22ª Questão:

a) $-\frac{11}{12}\cdot\sqrt[3]{2}$	b) $\frac{2}{15}\sqrt{5}$	c) $\sqrt[3]{2}+2$	d) $-4\sqrt[5]{7}-9\sqrt[4]{6}$

23ª Questão:

a) $4\sqrt{7}$	c) $-12\sqrt{3}-2\sqrt{5}$	e) $3\cdot\sqrt[4]{6}+27\cdot\sqrt[4]{3}$	g) $-2\cdot\sqrt[5]{2}$
b) $-92\sqrt{2}$	d) $3\sqrt{10}$	f) $10\cdot\sqrt[3]{4}$	h) $44\cdot\sqrt[3]{3}$

24ª Questão:

a) $-\sqrt{x}$	c) $3-12\cdot\sqrt[3]{a}$	e) $-a\sqrt{x}-a\sqrt{a}$	g) $\frac{x}{6}\cdot\sqrt{y}-\frac{89}{10}\cdot\sqrt{x}$
b) $-16\sqrt{a}+87\sqrt{b}$	d) $(a^2-12a)\cdot\sqrt[4]{a}$	f) $-2\cdot\sqrt[4]{a}-13\sqrt{b}$	h) $\frac{-\mathrm{bc}}{8}\cdot\sqrt[4]{\mathrm{c}}$

25ª Questão:

a) $-25\sqrt{\mathrm{m}}$	b) $31\sqrt{\mathrm{m}}$	c) $-65\sqrt{\mathrm{m}}$	d) $71\sqrt{\mathrm{m}}$

26ª Questão:

$-\frac{\mathrm{y}}{2}\sqrt{\mathrm{a}}$

27ª Questão:

a) $8\sqrt{7}$	c) $13\cdot\sqrt[3]{3}$	e) $3\cdot\sqrt[5]{4}$	g) $4\sqrt{2}$
b) $14\sqrt{2}$	d) $12\sqrt{10}$	f) 24	h) 1
			i) 5

28ª Questão:

a) $2x\sqrt{2x}$	b) *28*	c) $(7y-2x)\sqrt{x}$

29ª Questão:

a) $(a+x)\sqrt{x}$	b) $(3a^2+2a-1)\sqrt{a}$	c) $5\sqrt{x+2}$	d) $4\sqrt{a}(b-a)$

30ª Questão:

a) x	d) $1/\sqrt[6]{x}$	g) $x^{\frac{15}{2}}$	j) $a^{\frac{7}{2}}$
b) $4\sqrt{x}$	e) x	h) $a^{\frac{5}{3}}$	k) $5b^4$
c) $-6\sqrt{a}$	f) x^{-7}	i) $a^{\frac{3}{4}}$	

31ª Questão:

a) $a^{\frac{8}{3}} \cdot b$	c) $x^{\frac{4}{5}}$	e) $a \cdot \sqrt[12]{a}$
b) $2ax \cdot \sqrt[3]{4a^2x}$	d) $x^2y \cdot \sqrt[3]{x^2y^2}$	f) $\sqrt[6]{a}$

32ª Questão:

a) $a^{\frac{1}{8}}$	c) $x^{\frac{1}{6}} \cdot y^{\frac{5}{12}}$	e) $5b\sqrt[12]{b}$
b) $a^{-\frac{3}{4}} \cdot b^{\frac{1}{12}}$	d) 2	f) $\frac{3}{5}$

33ª Questão:

a)

34ª Questão:

c)

35ª Questão:

a) $\frac{\sqrt{x}}{x}$	b) $\frac{2\sqrt{x} - 2\sqrt{4}}{x-4}$	c) $\frac{3+3\sqrt{x}}{1-x}$	d) $\frac{4 \cdot \sqrt[3]{x^2}}{x}$