Capítulo 1

Somatório e Produtório

Os métodos estatísticos frequentemente se utilizam das técnicas de somatório e produtório, denotados pelas letras gregas maiúsculas Σ (sigma) e Π (pi), respectivamente.

1.1 Indexadores

Variáveis índices ou indexadores são bastante úteis na definição de somatório e produtório, pois definem *quais* são os elementos da amostra ou conjunto de dados que serão efetivamente utilizado no cálculo da soma ou produto.

A representação x_i (leia-se X índice i) refere-se um dos n valores da amostra X: $x_1, x_2, ..., x_n$. A letra i, usada como índice, pode representar qualquer um dos valores: $1, 2, 3, ..., n$. Evidentemente pode ser usada qualquer outra letra além de i, sendo também comuns as letras j e k.

1.2 Somatório

Muitas vezes precisamos escrever expressões que envolvem somas com muitos termos, ou cujos termos obedecem a certa lei de formação. Por exemplo, a soma dos 100 primeiros números naturais: $1 + 2 + 3 + ... + 99 + 100$. Simbolizaremos por x_i o i-ésimo termo da soma. Assim, x_1 representa o primeiro termo, x_2 representa o segundo, x_3, o terceiro, x_{100} representa o centésimo termo. A representação dessa soma é

$$\sum_{i=1}^{100} x_i$$

1.2.1 Principais representações de somatório

- Soma simples

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + ... + x_n$$

- Soma de quadrados

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + ... + x_n^2$$

- Quadrado da soma

$$\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 = (x_1 + x_2 + ... + x_n)^2$$

- Soma de produtos

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = x_1 y_1 + x_2 y_2 + ... + x_n y_n$$

- Produto das somas

$$\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{j=1}^{m} y_j\right) = (x_1 + x_2 + ... + x_n)(y_1 + y_2 + ... + y_n)$$

Exemplos

Considere amostras de tamanho $n = 4$ das variáveis X e Y representando o número de bulbilhos por buldo de alho:

$$\begin{aligned} X &= \{15, 23, 22, 40\} \\ Y &= \{24, 53, 30, 31\} \end{aligned}$$

a. $\sum_{i=1}^{4} x_i = 15 + 23 + 22 + 40 = 100$

b. $\sum_{i=1}^{4} x_i^2 = 15^2 + 23^2 + 22^2 + 40^2 = 2838$

c. $\left(\sum_{i=1}^{4} x_i\right)^2 = (15 + 23 + 22 + 40)^2 = 10000$

d. $\sum_{i=1}^{4} x_i y_i = 15 \times 24 + 23 \times 53 + 22 \times 30 + 40 \times 31 = 3479$

e. $\left(\sum_{i=1}^{4} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{6} y_i\right) = 13800$

Para saber mais ...

Provas Sem Palavras

Mais applets

O somatório

O método de indução

MATEMÁTICA SEM PALAVRAS

O SOMATÓRIO

A adição é uma das operações básicas da aritmética. O símbolo usual para esta operação é o sinal mais ("+") e cada um dos termos a somar designa-se por parcelas. Assim, por exemplo, a soma de 1 , 2 e 4 é denotada por

$$1+2+4.$$

Em muitas situações o número de parcelas a somar é demasiado grande e não é viável denotar a adição desta forma. Uma possível solução consiste em esconder as parcelas intermédias atrás de uma reticências ("..."), deixando claro o modo como se podem reconstituir essas parcelas. Assim, a soma de todos os números naturais de 1 a 1000 pode ser indicada por

$$1+2+3+4+\ldots+1000(*).$$

Esta forma muitas vezes não é a melhor uma vez que apenas temos acesso às parcelas omitidas de forma implícita, o que pode originar algumas ambiguidades. De modo alternativo, uma soma pode ser representada abreviadamente pelo símbolo de somatório (letra maiúscula grega Sigma)

$$\sum_{i=N_1}^{N_2} f(i)$$

onde i é o chamado índice da soma, que toma valores inteiros entre N_1 (limite inferior) e N_2 (limite superior), e f é a função que descreve as parcelas da adição. Por exemplo, na adição (*) $N_1=1$, $N_2=1000$ e f é a função identidade:

$$\sum_{i=1}^{1000} i$$

O número de parcelas de uma adição representada nesta forma é igual a $(N_2+1)-N_1$. Mais alguns exemplos:

$$\sum_{i=1}^{7}(2i)=2+4+6+8+10+12+14$$

$$\sum_{j=0}^{4}(2j+1)=1+3+5+7+9$$

$$\sum_{k=-2}^{2}\cos(k\pi)=\cos(-2\pi)+\cos(-\pi)+\cos(0)+\cos(\pi)+\cos(2\pi)$$

$$\sum_{i=-5}^{-2}(ix)=(-5x)+(-4x)+(-3x)+(-2x)$$

Com esta notação abreviada de somatório, também é possível descrever somas com um número infinito de parcelas. Para tal, basta considerar $N_1=-\infty$ e/ou $N_2=+\infty$ (o símbolo ∞ representa o infinito). Por exemplo:

$$\sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\ldots$$

$$\sum_{j=-2}^{\infty} j = (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 + \ldots$$

$$\sum_{k=-\infty}^{0} (2i + 3) = \ldots + (-5) + (-3) + (-1) + 1 + 3$$

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} i^3 = \ldots + (-2)^3 + (-1)^3 + 0^3 + 1^3 + 2^3 + \ldots$$

CRIADA EM: 2007

ÚLTIMA ALTERAÇÃO: 2018-07-17 10:28:33+0100